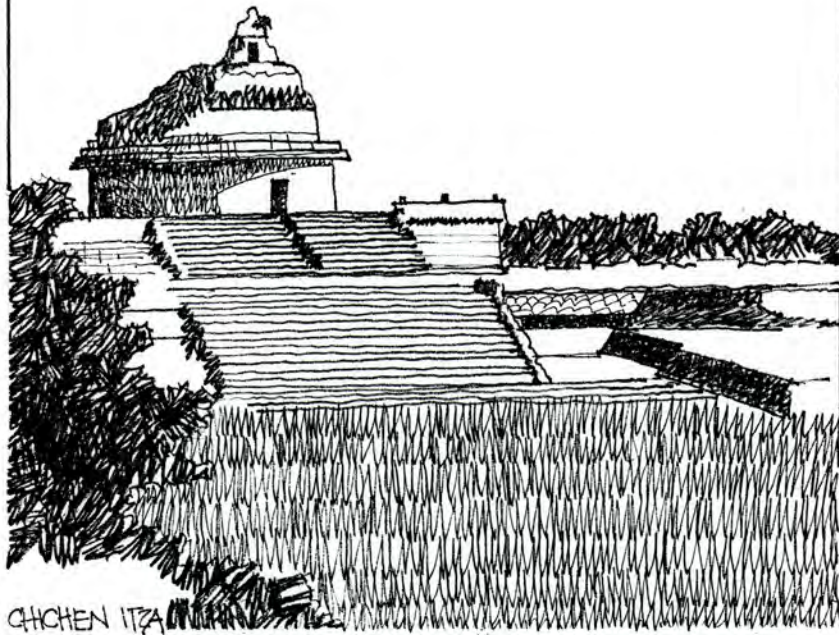


cálculo de trayectorias solares

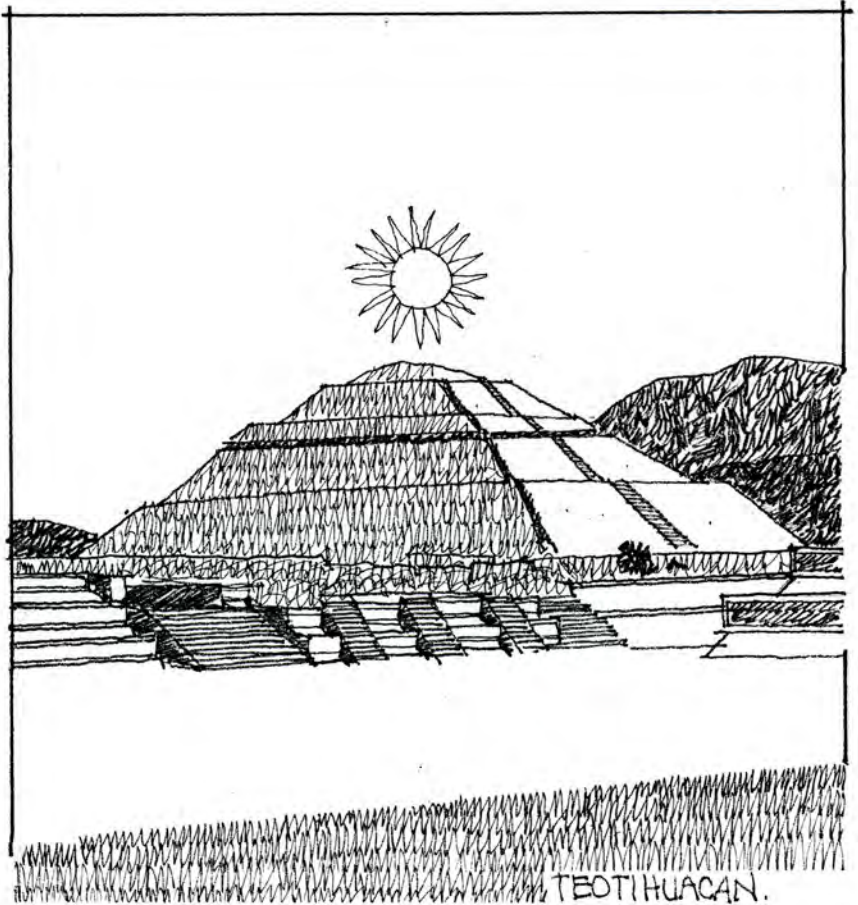
gabriel balderas romero DIAU-ICUAP



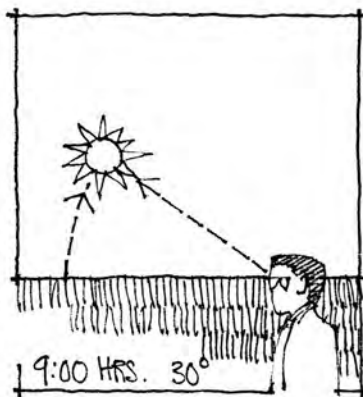
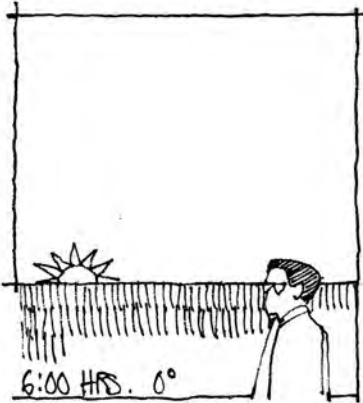
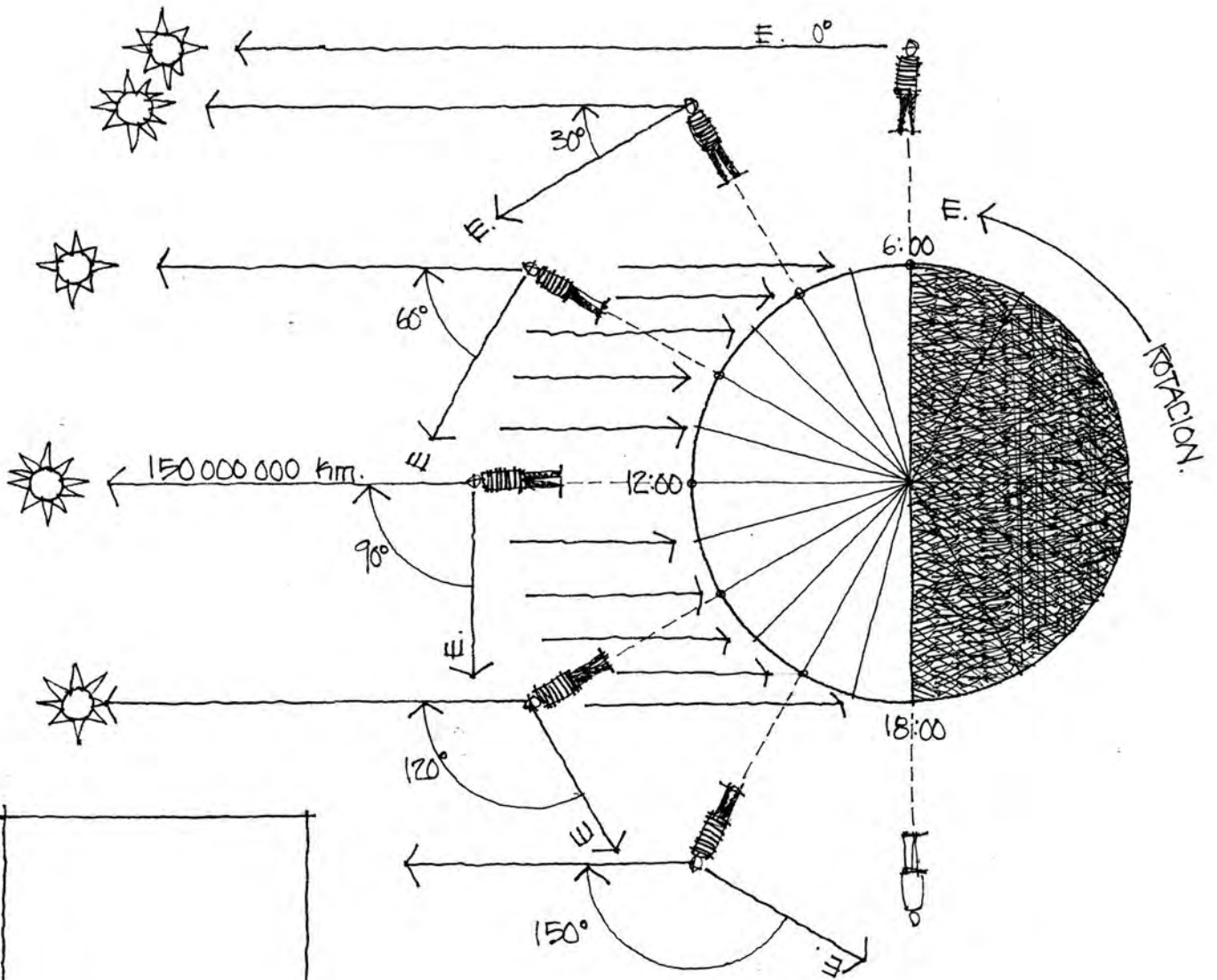
CHICHEN ITZÁ

EN EL CAMPO DE LA ARQUITECTURA, SE TIENE UN ANTECEDENTE IMPORTANTE EN LAS CONSTRUCCIONES PREHISTÓRICAS, EL MOVIMIENTO DE LOS ASTROS Y PARTICULARMENTE EL DEL SOL SE TOMÓ COMO UNA REFERENCIA FUNDAMENTAL EN LA DETERMINACIÓN DE LA VIDA, LA RELIGIÓN, Y LA PRODUCCIÓN DE LOS PUEBLOS DE Mesoamérica. HUBO UN DESARROLLO CONSIDERABLE EN EL NIVEL DE CONOCIMIENTO SOBRE EL COMPORTAMIENTO SOLAR, ESTE HECHO SE REFLEJÓ EN LAS CONSTRUCCIONES, ESPECIALMENTE EN LOS CENTROS CEREMONIALES, EN -

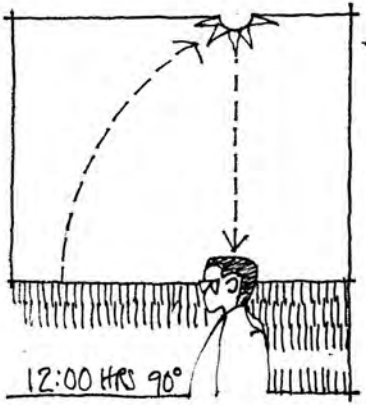
SUS ORIENTACIONES, EN LOS JUEGOS DE SOMBRAS DE LOS ELEMENTOS ARQUITECTÓNICOS Y ORNAMENTALES Y EN LOS COMPLICADOS EFECTOS DE TIPO RITUAL, EN QUE SE ESTABLECEN RELACIONES ENTRE LOS EDIFICIOS Y POSICIONES DE FECHAS REPRESENTATIVAS. POR EJEMPLO EL PASO DEL SOL POR EL PARALELO LOCAL EN TEOTIHUACÁN, EL SOLSTICIO DE INVIERNO EN PALENQUE O EL EQUINOCIO DE FRIEVERA EN CHICHEN ITZÁ. ESTOS HECHOS HACEN SUPONER LA UTILIZACIÓN DE HERRAMIENTAS TANTO DE OBSERVACIÓN COMO DE AFUOCIÓN EN LA ARQUITECTURA.



TEOTIHUACÁN.



• AL DESPLAZARNOS PERMANENTEMENTE EN LA SUPERFICIE DEL PLANETA, LLEVADOS POR EL MOVIMIENTO DE ROTACION, CAMBIA NUESTRA POSICION EN RELACION A LA POSICION DEL SOL, NOS MOVEMOS, EN LA MISMA DIRECCION DE LA ROTACION, HACIA EL ESTE Y CON UNA VELOCIDAD UNIFORME, ALTERNANDO NUESTRO PASO, 12 HORAS EN LA ZONA OSCURA Y OTRAS 12 EN LA PARTE ILUMINADA POR EL SOL. OBIVAMENTE, EN NINGUN MOMENTO EXPERIMENTAMOS LA SENSACION DE MOVIMIENTO, NUESTRA INTERPRETACION DE ESTE HECHO INVIERTE TOTALMENTE LA SITUACION DESCRITA Y SE DESCRIBE POR LO GENERAL EN TERMINOS DE LA OBSERVACION ELEMENTAL, ESTO PERMITE TAMBIEN, CONSTRUIR EN BASE A CONSIDERACIONES SENCILLAS, UN MODELO GEOMETRICO SIMPLE PARA REPRESENTAR -



LAS POSICIONES SOLARES,
EN EL MODELO PROPUUESTO, LA LOCALIZACIÓN DE UNA POSICIÓN DEL SOL SE DETERMINA POR LAS SIGUIENTES CONDICIONES:

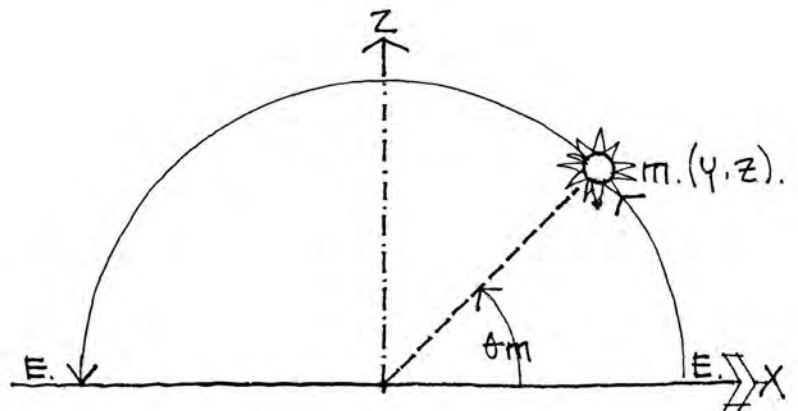
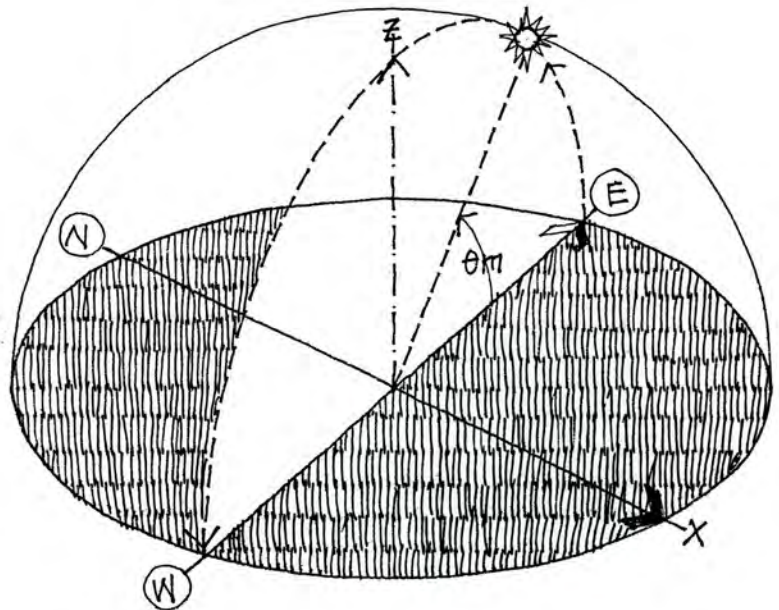
- 1) COMPORTAMIENTO REGULAR DE LOS MOVIMIENTOS.
 - TRAYECTORIAS DIARIAS (θ_m).
 - DECLINACIÓN ESTACIONAL DE TRAYECTORIAS (α_m).
- 2) UBICACIÓN DEL SISTEMA DE REFERENCIA
 - LATITUD (ℓ).
 - ORIENTACIÓN (d).

DE ACUERDO AL PUNTO 1 DE LA PRIMERA CONDICIÓN, LA POSICIÓN DEL SOL DEPENDE DEL DESPLAZAMIENTO ANGULAR Y DEL TIEMPO DE RECORRIDO A PARTIR DE LA HORA DE SALIDA.

SI θ REPRESENTA EL DESPLAZAMIENTO ANGULAR Y m EL TIEMPO TRANSCURRIDO $m = (h - 6:00)$. θ_m REPRESENTARÁ EL ANGULO DE POSICIÓN DEL SOL A UNA HORA m . Y SU VALOR SERÁ

$$\theta_m = (h - 6:00) 180^\circ / 12$$

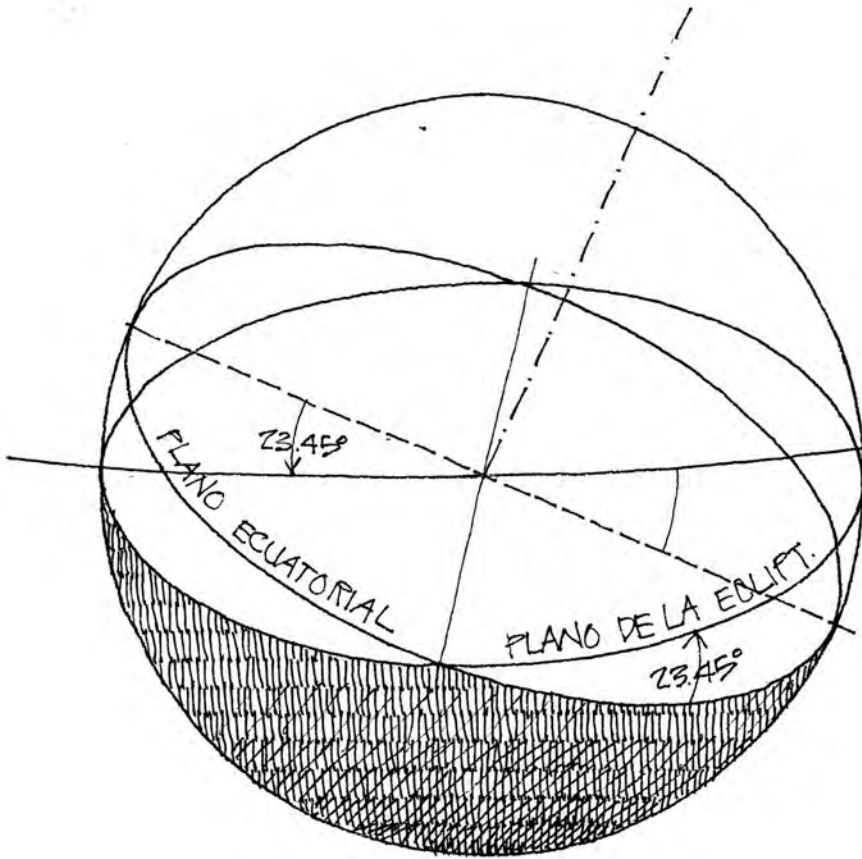
EN VIRTUD DE QUE LA TRAYECTORIA SE CONSIDERARÁ INICIALMENTE EN UNA FECHA EQUINOCCIAL Y LAT. 0° , EL CIRCULO ES MÁXIMO Y SU RADIO ES IGUAL A LA UNIDAD, POR LO TANTO LAS COORDENADAS DE POSICIÓN SE DETERMINAN POR LAS FUNCIONES $\text{SEN} = Z$ $\text{COS} = X$.



$$Y_m = \text{COS } \theta_m.$$

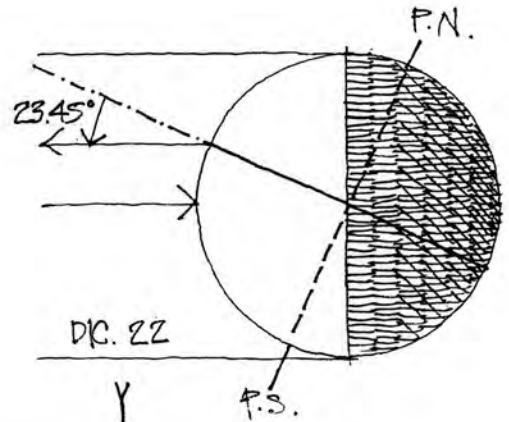
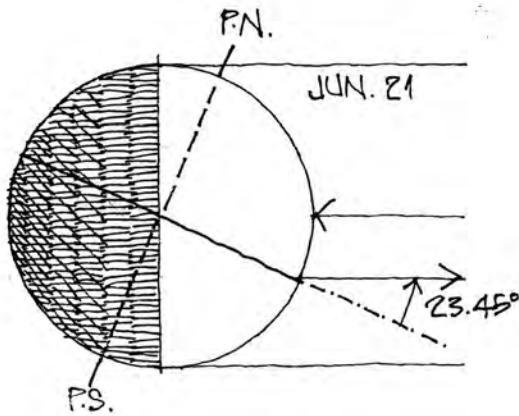
$$Z_m = \text{SEN } \theta_m.$$

- EL ANGULO DE POSICIÓN EN LA TRAYECTORIA DIARIA (θ_m) SE LLAMA ANGULO HORARIO

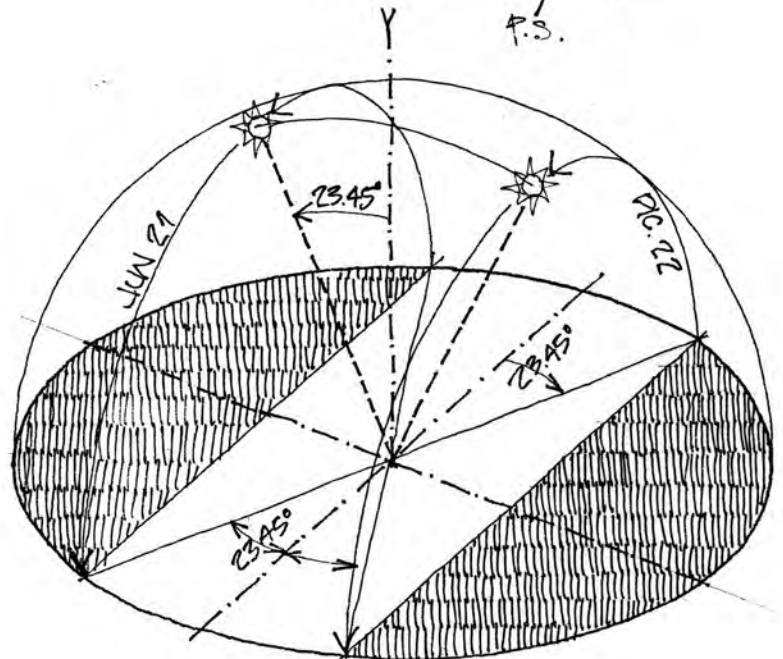


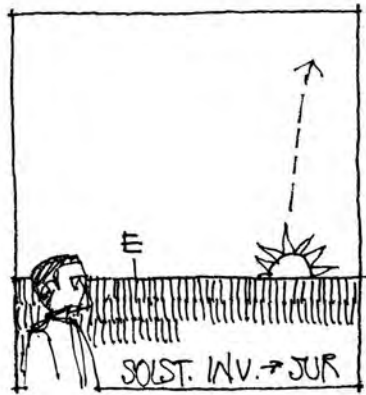
• EL PLANO ECUATORIAL FORMA CON EL PLANO DE LA ECLIPSE UN ANGULO DE $23^{\circ}27'$ (23.45°), POR ESTA RAZÓN AL DESPLAZARSE EL PLANETA ALREDEDOR DEL SOL SE MODIFI-

CAN DE MANERA GRADUAL Y ALTERNADA LAS CONDICIONES DE ILUMINACIÓN DE LOS HEMISFERIOS. CUANDO UNO DE LOS POLOS SE ADELANTA HACIA EL SOL Y LLEGA A SU POSICIÓN EXTREMA SE PRODUCE UN SOLSTICIO



EN EL HEMISFERIO NORTE, CUANDO EL POLO CORRESPONDIENTE SE INCLINA HACIA EL SOL EN SU PUNTO MÁXIMO, SE PRODUCE EL SOLSTICIO DE VERANO Y CUANDO ESTÁ EN LA POSICIÓN OPUESTA CORRESPONDE AL SOLSTICIO DE INVIERNO, LAS FECHAS SON 21 DE JUNIO Y 22 DE DICIEMBRE RESPECTIVAMENTE.





LA IMPRESION PARTICULAR QUE EXPERIMENTAMOS EN RELACION AL EFECTO COMBINADO DE LA INCLINACION DEL PLANO ECUATORIAL Y DE LA TRASLACION TERRESTRE, ES UN CORRIMIENTO-OBSERVADO EN LAS TRAYECTORIAS DIARIAS, QUE ALCANZAN POSICIONES EXTREMAS EN LOS SOLSTICIOS, EN VERANO AL NORTE Y EN INVIERNO AL SUR PARA NUESTRO HEMISFERIO.

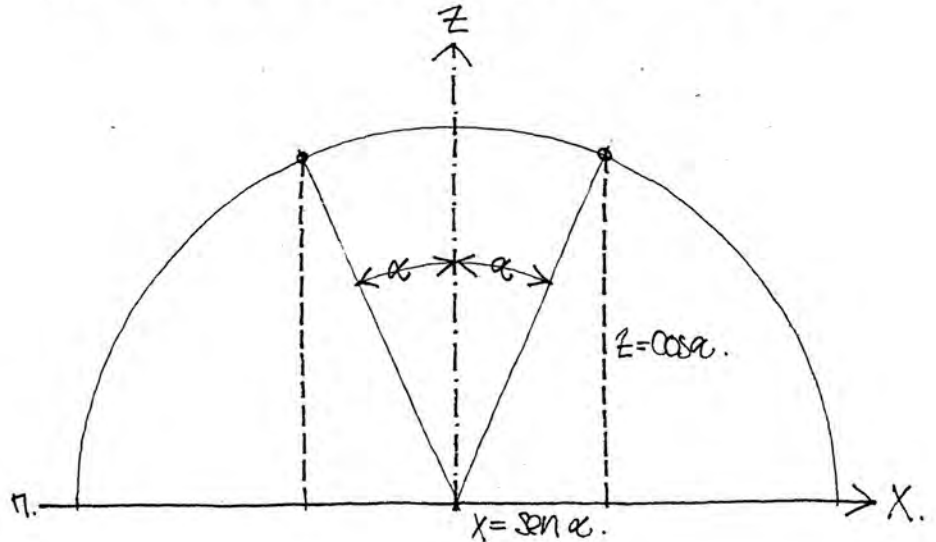
MIDIENDO LA DISTANCIA ANGULAR ENTRE LAS POSICIONES EQUINOCCIALES Y LAS DE LAS TRAYECTORIAS SOLSTICIALES (α), SE ENCONTRARA QUE SU VALOR ES IGUAL AL DEL ANGULO QUE FORMAN LOS PLANOS: 23.45° , A ESTE ANGULO, SE LE LLAMA DECLINACION Y PUESTO QUE LAS TRAYECTORIAS SE DESPLAZAN GRADUALMENTE DIA CON DIA, A CADA FECHA LE CORRESPONDE UN VALOR ANGULAR DE α (DECLINACION), ESTE SE CALCULA POR LA RELACION ENTRE TIEMPO Y DESPLAZAMIENTO ANGULAR A PARTIR DE LAS POSICIONES EQUINOCCIALES.

SI (n) REPRESENTA UNA FECHA CUALQUIERA, (t_n) EL TIEMPO EN DIAS DE (n) A UN EQUINOCIO. Y (T) EL TIEMPO TOTAL DEL EQUINOCIO AL SOLSTI-

CIO O VICEVERSA, EL VALOR DE LA DECLINACION SERA:

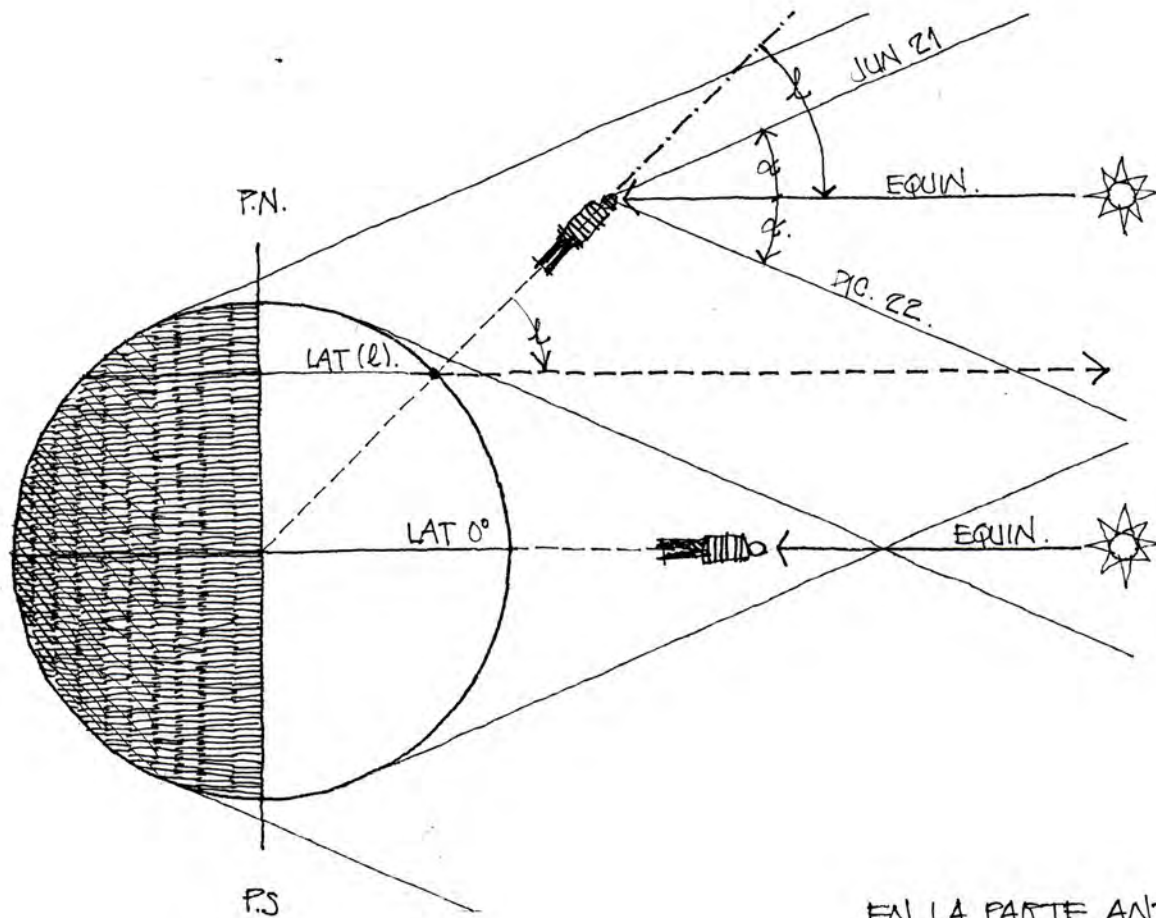
$$\alpha_n = (t_n / T) 23.45^\circ$$

COMO LAS TRAYECTORIAS DIARIAS SE DESPLAZAN PARALELAMENTE, EN EL MODELO SE OBSERVA UNA REDUCCION DE SU RADIO, PROPORCIONAL AL $\cos \alpha$, CONSIDERANDO ESTE PUNTO, LAS COORDENADAS DE POSICION Y_m Y Z_m PARA UNA FECHA DIFERENTE A LAS EQUINOCCIALES, SE MULTIPLICARAN TAMBIEN POR EL $\cos(\alpha)$, QUE DANDO ENTONCES DE LA SIGUIENTE FORMA:

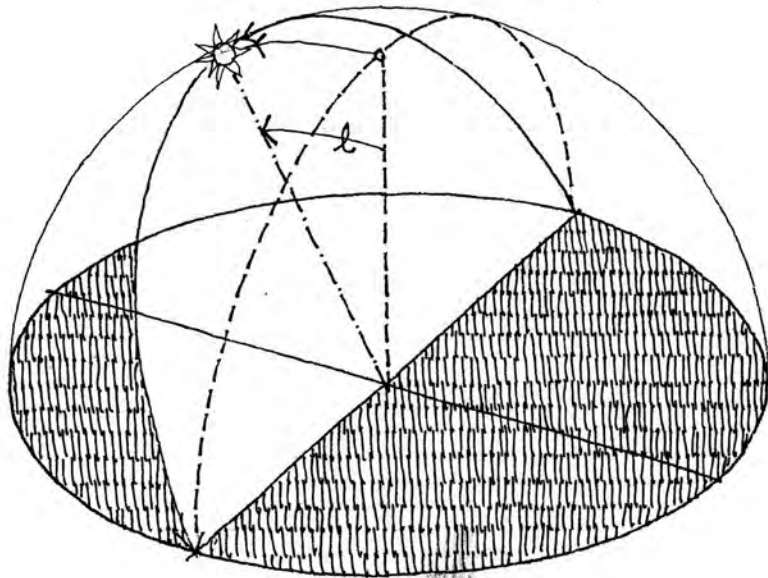


LA REPRESENTACION DE UNA POSICION JOLAR. PRIM PARA UNA HORA Y FECHA CUALQUIERA EN LAT. 0° SE DETERMINA POR SUS COORDENADAS:

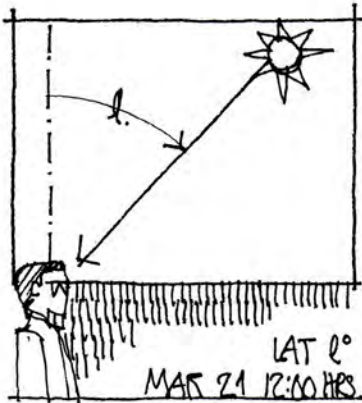
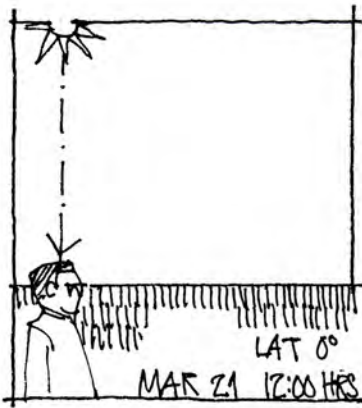
$$\begin{aligned} X_{nm} &= \text{SEN } \alpha \\ Y_{nm} &= \text{COS } \theta_m \text{ SEN } \alpha \\ Z_{nm} &= \text{SEN } \theta_m \text{ COS } \alpha \end{aligned}$$



EN LA PARTE ANTERIOR SE ANALIZARON LAS CONDICIONES DE COMPORTAMIENTO, DE LOS MOVIMIENTOS SOLARES APARENTES PARA CUALQUIER LUGAR DE LAT. 0° , ES DECIR SOBRE LA LINEA ECUATORIAL, Y AUNQUE DE ACUERDO A LAS CONSIDERACIONES ELEMENTALES QUE SUSTENTAN EL MODELO, NO HAY MAS CONDICIONES QUE DEFINAN EL COMPORTAMIENTO DE LOS MOVIMIENTOS APARENTES, SI EXISTE EN ESTE MARCO OTRA FACTOR QUE



MODIFICA LA POSICIÓN RELATIVA DEL SOL EN RELACIÓN A UN SISTEMA DE REFERENCIA. ESTE FACTOR ES EL QUE CORRESPONDE A LA LATITUD LOCAL (l). CABE SEÑALAR QUE EL CAMBIO DE LATITUD SOLAMENTE MODIFICA LA POSICIÓN EN EL SISTEMA DE REFERENCIA.



- AL ALEJARSE DE LA LÍNEA ECUATORIAL, SE OBSERVA UNA INCLINACIÓN DEL CONJUNTO DE LAS POSICIONES SOLARES, IGUAL A LA LATITUD DEL LUGAR DE OBSERVACIÓN, PERO EN SENTIDO OPUESTO.

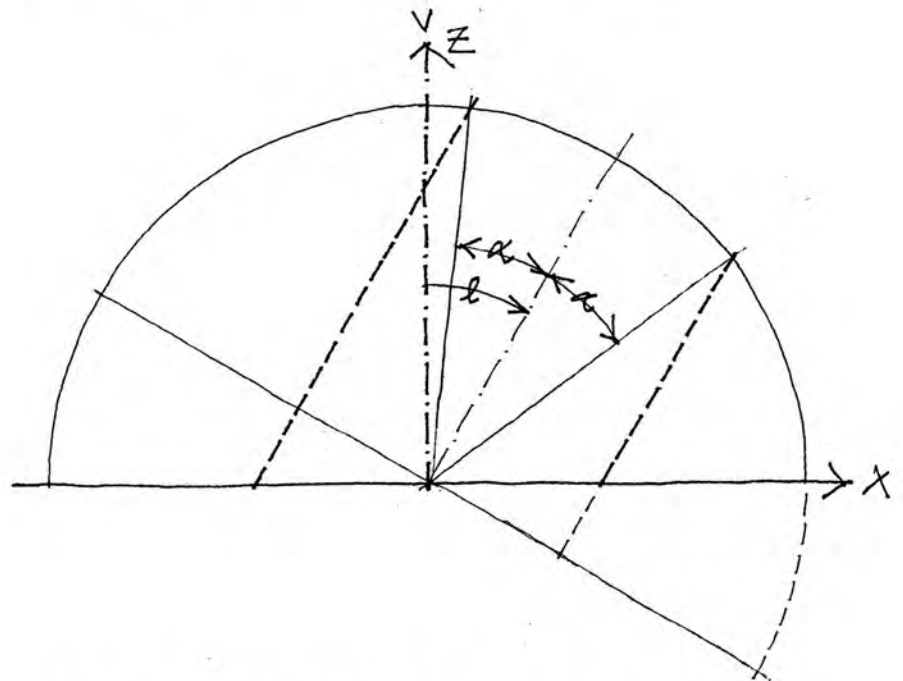
DE ACUERDO A ESTA CONDICIÓN, CONOCIENDO LA FORMA DE CÁLCULO PARA CUALQUIER POSICIÓN SOLAR EN LAT. 0°, BASTARÁ PARA REFERIR ESTA MISMA POSICIÓN A UNA LATITUD DIFERENTE. EFECTUAR UN GIRO O ROTACIÓN DE ELLA O DE SUS EJES DE REFERENCIA.

COMO ESTA ROTACIÓN SE EFECTÚA DE NORTE A SUR O EN LA DIRECCIÓN OPUESTA, ÚNICAMENTE SE NECESITA ROTAR LAS PROYECCIONES SOBRE EL PLANO X-Z.

LA FÓRMULA GENERAL DE ROTACIÓN ES LA SIGUIENTE:

$$\begin{aligned} X' &= X \cos l + Z \sin l \\ Z' &= -X \sin l + Z \cos l \end{aligned}$$

SUSTITUYENDO LOS VALORES DE X Y Z POR LOS DE X_{nm} Y Z_{nm} , SE OBTIENE:

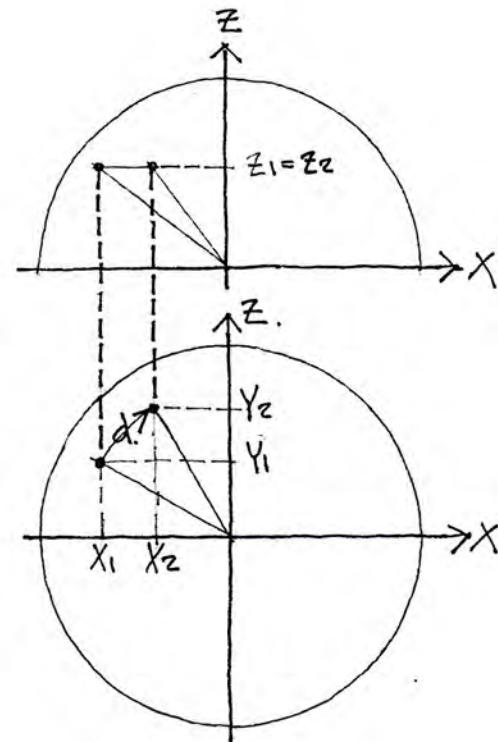
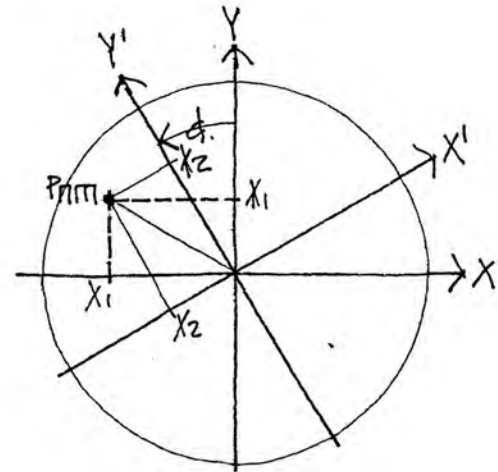
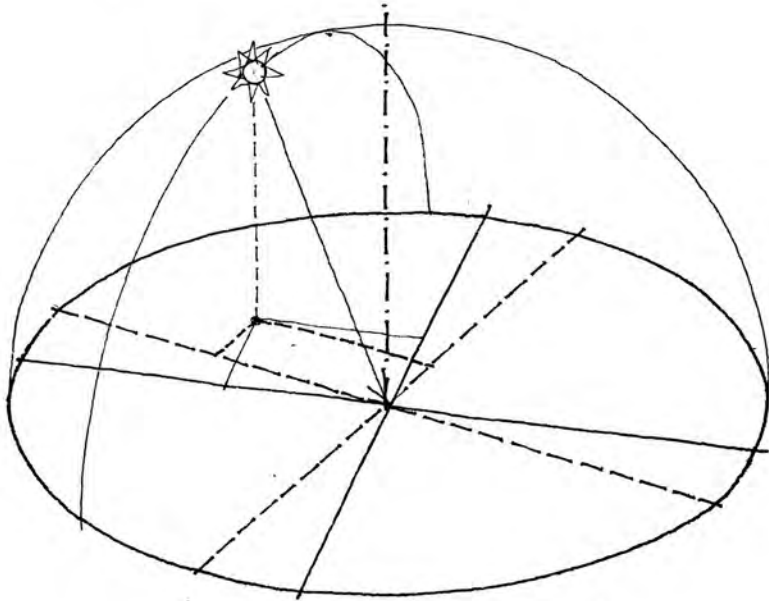


$$X'_{nm} = \text{SEN } \theta_n \cos l + \text{SEN } \theta_m \cos \theta_n \text{ SEN } l.$$

$$Y'_{nm} = \cos \theta_m \cos \theta_n.$$

$$Z'_{nm} = -\text{SEN } \theta_n \text{ SEN } l + \text{SEN } \theta_m \cos \theta_n \cos l$$

COORDENADAS DE POSICIÓN P_{nm} EN LAT l .



DIFÍCILMENTE SE ENCUENTRAN EDIFICIOS ORIENTADOS EXACTAMENTE AL NORTE, NORMALMENTE SU ORIENTACIÓN DIFIERE DE ESTE PUNTO, Y CONSECUENTEMENTE DEBERÁN REFERIRSE LOS DATOS DE POSICIÓN AL SISTEMA PARTICULAR DE ALINEAMIENTO DEL EDIFICIO.

ESTA CONDICIÓN COMO LA RELATIVA A LA LATITUD SE SOLUCIONA POR MEDIO DE UNA ROTACIÓN, AHORA EN EL PLANO HORIZONTAL (X·Y).

APLICANDO DE NUEVO LA FÓRMULA GENERAL Y SUSTITUYENDO X e Y POR X'nm y Y'nm, SE OBTIENE:

$$X''nm = \text{SEN } \alpha_n \text{ COS } l \text{ COS } d + \text{SEN } \theta_m \text{ COS } \alpha_n \text{ SEN } l \text{ COS } d + \text{COS } \theta_m \text{ COS } \alpha_n \text{ SEN } d.$$

$$Y''nm = \text{SEN } \alpha_n \text{ COS } l \text{ SEN } d - \text{SEN } \theta_m \text{ COS } \alpha_n \text{ SEN } l \text{ SEN } d + \text{COS } \theta_m \text{ COS } \alpha_n \text{ COS } d.$$

$$Z''nm = \text{SEN } \alpha_n \text{ SEN } l + \text{SEN } \theta_m \text{ COS } \alpha_n \text{ COS } l.$$

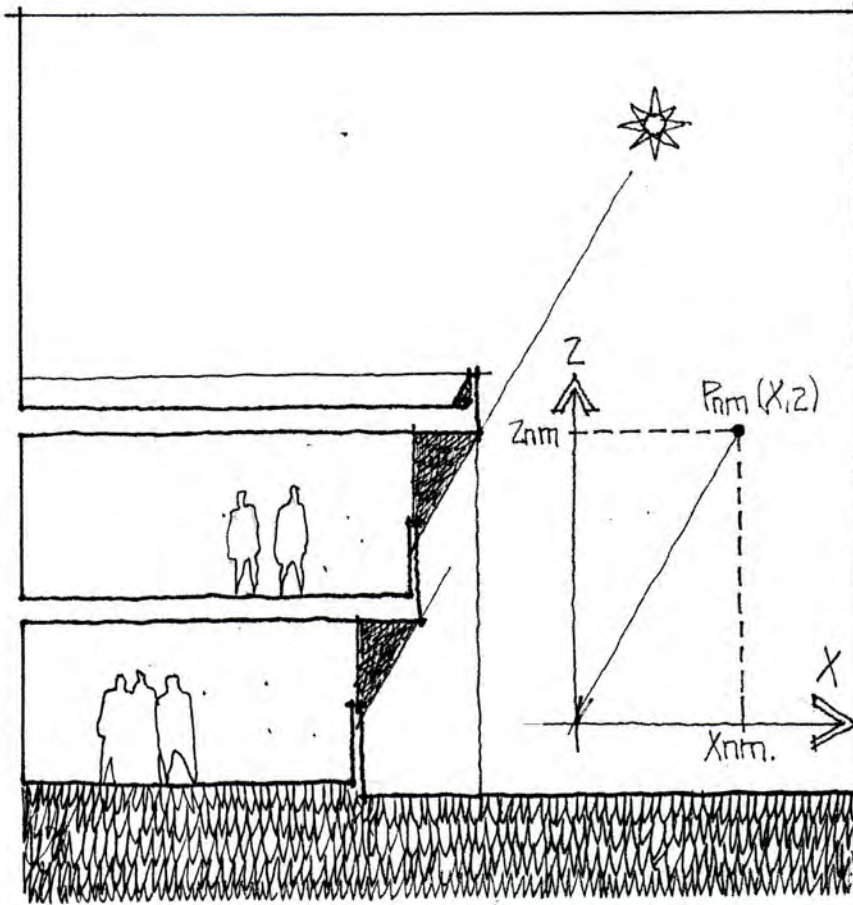
ASIGNANDO VALORES DE LA FORMA SIGUIENTE PARA SIMPLIFICAR LA EXPRESIÓN SE OBTIENE:

A = SEN θ_m .	B = COS θ_m .
C = SEN α_n	D = COS α_n
E = SEN l	F = COS l
G = SEN d .	H = COS d .

REPRESENTACIÓN DE CUALQUIER POSICIÓN SOLAR. FÓRMULA GENERAL.

$$P'nm (X'nm, Y'nm, Z'nm).$$

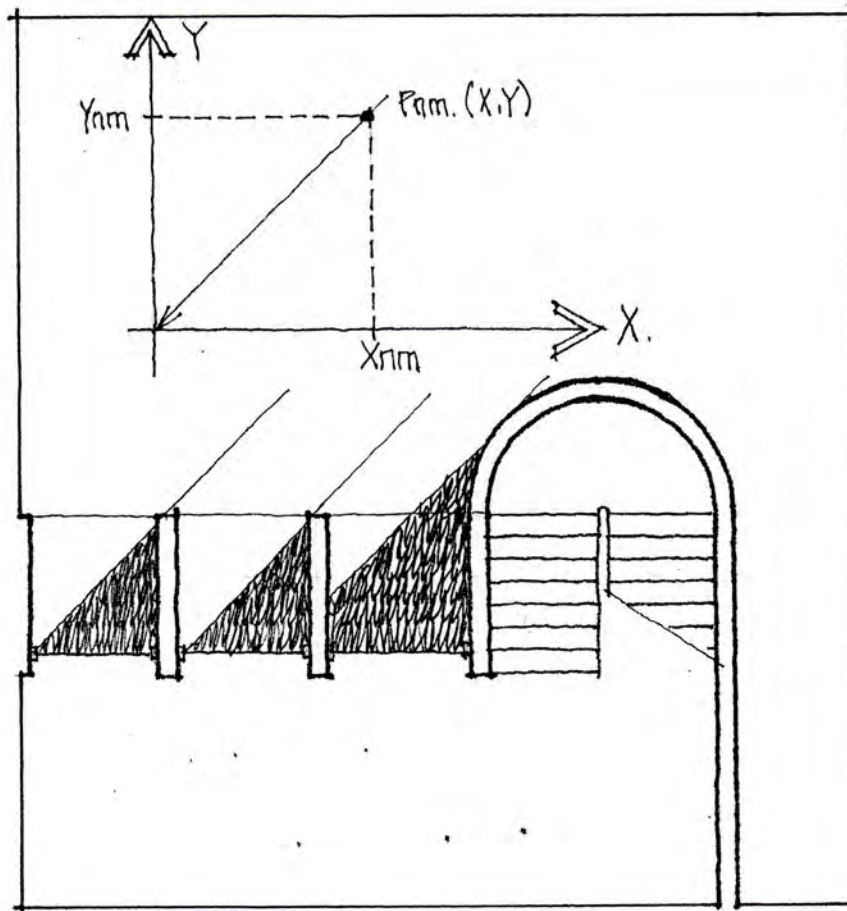
$$\begin{aligned} X'nm &= CFH + ADEH + BPG \\ Y'nm &= -CFG - ADEG + BDH \\ Z'nm &= -CE + ADF. \end{aligned}$$



TRAZO DE SOMBRAS EN ALZADOS.

SE TOMA COMO REFERENCIA LA PROYECCIÓN DE COORDENADAS EN EL PLANO VERTICAL CORRESPONDIENTE (XZ ó YZ)

LA DIRECCIÓN DE LOS RAYOS SOLARES, LA PROYECCIÓN DE ESTA SOBRE EL PLANO DE REFERENCIA, ES PARALELA A LA LÍNEA QUE UNE LA PROYECCIÓN DE LA POSICIÓN SOLAR (P_{nm}) CON EL ORIGEN

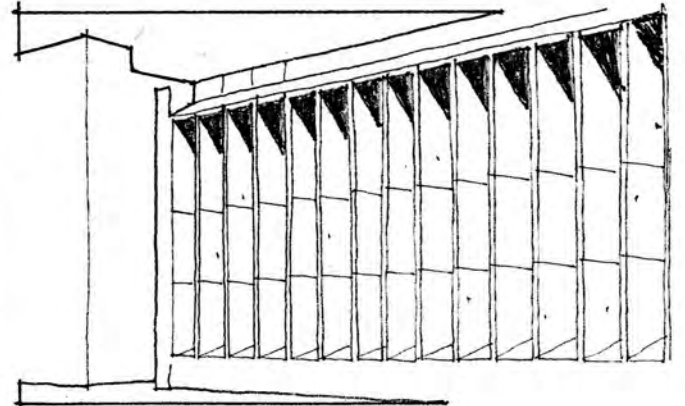
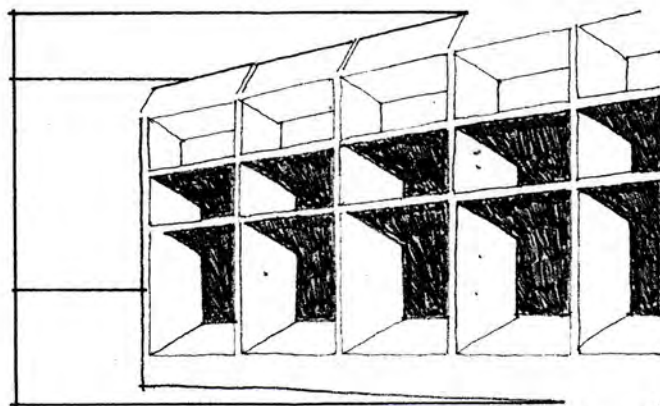
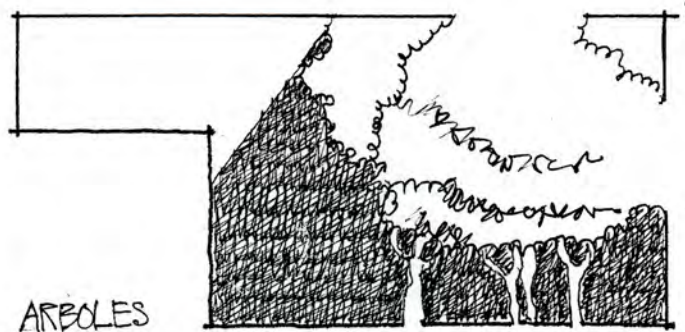
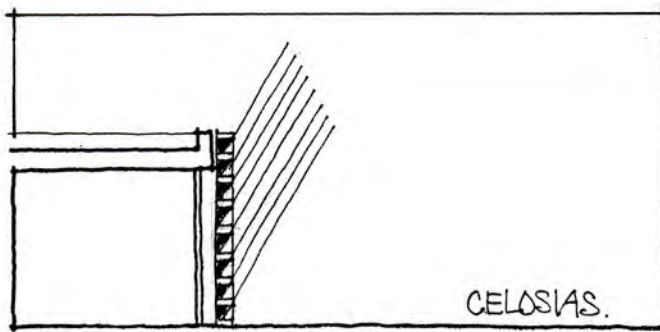
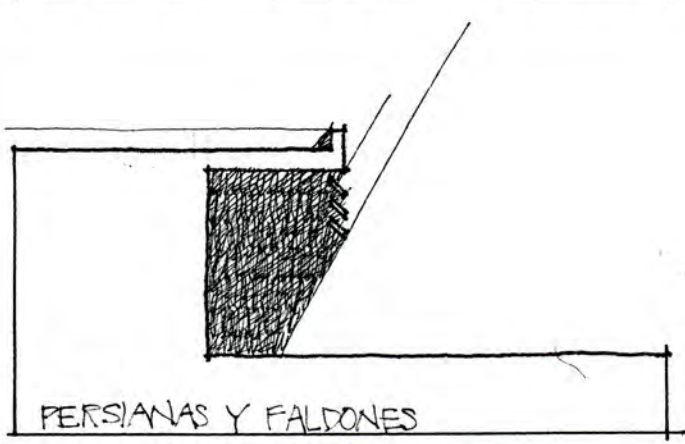
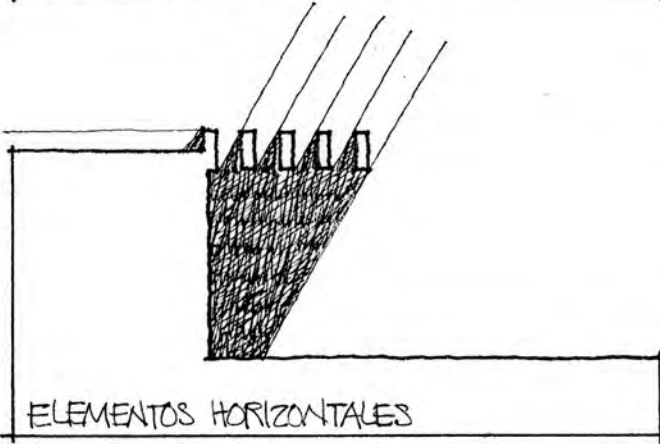
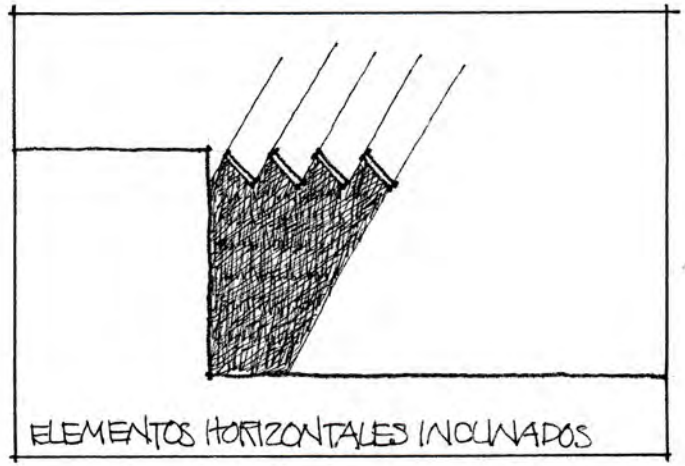
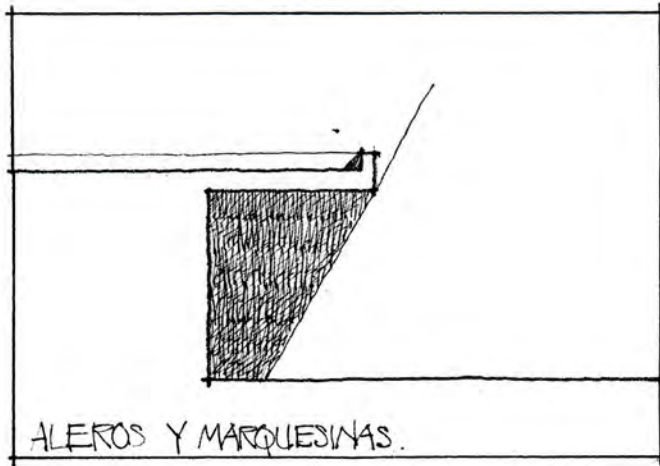


TRAZO DE SOMBRAS EN PLANOS.

SE TOMA COMO REFERENCIA, LA PROYECCIÓN DE COORDENADAS DE POSICIÓN EN EL PLANO HORIZONTAL (XY).

DE LA MISMA FORMA QUE EN LOS ALZADOS, LA DIRECCIÓN DEL SOMBREADO HORIZONTAL ES PARALELA A LA PROYECCIÓN DE LA LÍNEA EN EL ESQUEMA.

ESTE PROCEDIMIENTO SE UTILIZA PARA EL ANÁLISIS DE SOMBRAS EN ELEMENTOS DE CUALQUIER MAGNITUD, DETERMINADOS LOS PLANOS DE REFERENCIA, LO ÚNICO QUE VARÍA ES LA ESCALA DE TRABAJO.



• BIBLIOGRAFÍA.

- BALDERAS ROMERO, GABRIEL. PROCEDIMIENTOS SIMPLIFICADOS DE PROYECCIONES SOLARES
DIAU-ICUAF, Puebla 1985.
- BARDOU, PATRICK SOL Y ARQUITECTURA
Ed. Gustavo Gili, Barcelona 1980.
- MALACARA H., DANIEL "EL RELOJ DE SOL"
En revista CIENCIA Y DESARROLLO, CONACYT
1984, No. 59.
- SWOKOWSKI, EARL W. CÁLCULO CON GEOMETRÍA ANALÍTICA
Wadsworth Internacional Iberoamericana, California
1982.
- STRAHLER, ARTHUR N. GEOGRAFÍA FÍSICA
Ediciones Omega S.A., Barcelona 1982.
- WEBSTER WELLS TRIGONOMETRÍA PLANA Y ESFÉRICA.
D.C. Heath & Cia., Editores, Boston 1966.